# ICAB – critères de ruine pour poutre (CM66 – CB71)

Les règles utilisées sont les CM66 (AFNOR P22-701) et CB71 (AFNOR P21-701).
*Extraits du manuel de référence ICAB Force/CM correspondant au calcul des critères :*
*Sc critère de contrainte axiale (CM66, CB71)*
*Tc contrainte de cisaillement/(0.65 S0), (CM66)*
*Mc critère de Mises (ou Tsai-Wu)*
*F_cm66 flambement simple (CM66 ou CB71)*
*D_cm66 flambement avec déversement (CM66)*
*V_cm66 voile CM66 pour profil en I (CM66)*

## Contraintes

Une fois les efforts résultants connus, à savoir effort de traction(Nx>0)/compression (Nx<0), efforts tranchants (Ty, Tz), moment de torsion (Mx) moments fléchissants (My, Mz) section par section, il est nécessaire de déterminer le champ de contraintes sur chaque section, ou au moins les contraintes maximales sur chaque section.
La contrainte $s_{xx}$ est constante dans la section si la poutre est soumise à un effort de traction ou de compression pur. Dans ce cas, cette contrainte est notée $s_{Nx}$.
La contrainte $s_{xx}$ n'est plus constante si un moment fléchissant simple ou dévié existe. Nous notons $s_{fy}$ la contrainte $s_{xx}$ maximale présente dans la section lorsque la poutre est soumise à un moment fléchissant pur My.
Les cisaillements apparaissent lorsque la poutre est soumise à un moment de torsion ou des efforts tranchants. Un effort tranchant Ty (respectivement Tz) crée une distribution de contrainte de cisaillement $t_{xy}$ (respectivement $t_{xz}$). Une torsion, associée à un couple Mx, crée des contraintes $t_{xy}$, $t_{xz}$.

$$\sigma_{Nx} = \frac{N_x}{A},\ \ \sigma_{fy} = \frac{M_y}{\left(\frac{I}{v}\right)_y},\ \ \sigma_{fz} = \frac{M_z}{\left(\frac{I}{v}\right)_z}$$

$$\tau_T = \frac{M_x}{\left(\frac{J}{r_0}\right)},\ \ \tau_y = \frac{T_y}{A_y},\ \ \tau_z = \frac{T_z}{A_z} \qquad \textbf{(1)}$$

Les paramètres de l'entité PROPERTY(TYPE=BEAM_LINEAR) relatifs au calcul de ces contraintes maximales sont AR=A, ARY=$A_y$, ARZ=$A_z$, IVY=(I/v)y, IVZ=(I/v)z, ITC=(J/$r_0$). Si les sections cisaillées $A_y$ et $A_z$ sont nulles, la section totale A est prise en compte pour les calculs des contraintes de cisaillement $\tau_y$ et $\tau_z$.

<u>Cas des poutres avec moment d'inertie croisé Iyz</u>

$$\begin{bmatrix}\Lambda_y\\ \Lambda_z\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{YY} & -I_{YZ}\\ -I_{YZ} & I_{ZZ}\end{bmatrix}^{-1} . \begin{bmatrix}M_y\\ M_z\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}\sigma_{fy}\\ \sigma_{fz}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_y & .\\ . & v_z\end{bmatrix} . \begin{bmatrix}\Lambda_y\\ \Lambda_z\end{bmatrix},\ \ v_y = \frac{I_{yy}}{\left(\frac{I}{v}\right)_y},\ \ v_z = \frac{I_{zz}}{\left(\frac{I}{v}\right)_z} \qquad \textbf{(2)}$$

Ces contraintes caractéristiques définissent des majorants pour les contraintes $\sigma_{xx}$, $\tau_{xy}$ et $\tau_{xz}$.

$$M_y = M_z = 0 \Rightarrow \sigma_{xx} = \sigma_{Nx}$$

$$N_x = 0, M_z = 0 \Rightarrow |\sigma_{xx}| \leq |\sigma_{fy}|$$

$$N_x = 0, M_y = 0 \Rightarrow |\sigma_{xx}| \leq |\sigma_{fz}|$$

**(3)**

$$T_y = T_z = 0 \Rightarrow \tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 \leq \tau_T^2$$

$$T_z = 0, M_x = 0 \Rightarrow |\tau_{xy}| \leq |\tau_y|$$

$$T_y = 0, M_x = 0 \Rightarrow |\tau_{xz}| \leq |\tau_z|$$

Pour une poutre de section quelconque, la contrainte axiale et le cisaillement sont majorés par:

$$|\sigma_{xx}| = \sigma \leq |\sigma_{Nx}| + |\sigma_{fy}| + |\sigma_{fz}|$$

$$\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 = \tau^2 \leq \tau_1^2 + \tau_2^2$$

$$\tau_1 = |\tau_T| + \max(|\tau_y|, |\tau_z|)$$

$$\tau_2 = \min(|\tau_y|, |\tau_z|)$$

**(4)**

Pour une poutre possédant une symétrie de révolution autour de son axe xx, nous avons:

$$|\sigma_{xx}| = \sigma \leq |\sigma_{Nx}| + \sqrt{\sigma_{fy}^2 + \sigma_{fz}^2}$$

$$\tau \leq |\tau_T| + \sqrt{\tau_y^2 + \tau_z^2}$$

**(5)**

## Traction/compression (**Sc**)

La vérification de sécurité se traduit par:

$$\boldsymbol{\sigma/\sigma_e < 1}$$

où $\sigma$ est la contrainte maximale de traction ou de compression (règle CM66 1,312). La contrainte s est la somme $\sigma_{Nx}+\sigma_{fy}+\sigma_{fz}$.

## Cisaillement (**Tc**)

La vérification de sécurité se traduit par:

$$\boldsymbol{\tau/(0.65\ \sigma_e) < 1}$$

où $\tau$ est la contrainte maximale de cisaillement (règle CM66 1,313). La contrainte maximale de cisaillement est majorée par t, telle que $\tau^2 = \tau_1^2+\tau_2^2$.

## Critère de Von Mises (**Mc**)

Le critère de Von Mises est utilisé pour déterminer si un matériau isotrope subit une plastification. Pour un tenseur de contrainte symétrique quelconque, le critère de non-plastification est:

$$\frac{(\sigma_{xx}-\sigma_{yy})^2+(\sigma_{xx}-\sigma_{zz})^2+(\sigma_{yy}-\sigma_{zz})^2+6(\tau_{xy}^2+\tau_{xz}^2+\tau_{yz}^2)}{2\sigma_e^2} \leq 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sigma_{xx}^2+\sigma_{yy}^2+\sigma_{zz}^2-\sigma_{xx}\sigma_{yy}-\sigma_{yy}\sigma_{zz}-\sigma_{xx}\sigma_{zz}+3\left(\tau_{xy}^2+\tau_{xz}^2+\tau_{yz}^2\right)}{\sigma_e^2} \leq 1 \qquad \textbf{(6)}$$

Dans le cas d'une poutre, nous avons:

$$\frac{\sigma_{xx}^2+3(\tau_{xy}^2+\tau_{xz}^2)}{\sigma_e^2} \leq \frac{\sigma^2+3\tau^2}{\sigma_e^2} \leq 1 \qquad \textbf{(7)}$$

Pour un tube sous pression, c'est-à-dire avec une contrainte de membrane $\sigma_{tt}$, le critère de Mises est :

$$\frac{\sigma_{xx}^2+\sigma_{tt}^2-\sigma_{xx}\cdot\sigma_{tt}+3\tau^2}{\sigma_e^2}\leq 1,\ldots avec\ldots\sigma_{xx}=\sigma_{Nx}\pm\sigma_f$$

avec :

$\sigma_{Nx}$ contrainte axiale associée à l'effort de traction/compression

$\sigma_f$ contrainte axiale associée aux efforts de flexion

NB. Le critère de Mises calculé par ICAB correspond à la racine carrée de l'expression indiquée ci-dessus de manière à rendre ce critère proportionnel à la charge appliquée.
Le critère de Von Mises n'est pas mentionné dans les règles CM66. Toutefois, ce critère est calculé par ICAB dans la mesure où il rend compte d'un état de contrainte quelconque. Pour un cisaillement pur, la plastification apparaît lorsque $\tau = \sigma/\sqrt{3} = 0.58\sigma$, alors que les règles CM66 prévoient une vérification de sécurité par $\tau < 0.65\sigma$ (paragraphe 1,313). L'application du critère de Mises place donc le concepteur en sécurité.

Exemple: $\sigma_0 = 235$ MPa pour l'acier S235 (référence EN10025).

## Critère de Tsai-Wu

Le critère de Von Mises ne peut s'appliquer qu'à des matériaux isotropes. Dans le cas de composites ou du bois, les contraintes admissibles dépendent non seulement de la direction de sollicitation mais également du sens de traction ou compression.

Le critère de Tsai-Wu généralise le critère de Von Mises à des matériaux orthotropes dont les contraintes admissibles dans les 3 axes d'orthotropie sont les suivantes:

$X_t, X_c$ traction et compression dans le sens 1

$Y_t, Y_c$ traction et compression dans le sens 2

$Z_t, Z_c$ traction et compression dans le sens 3

$t_{12}, t_{13}, t_{23}$ cisaillements

$$\sigma_{xx}\left(\frac{\sigma_{xx}}{X_tX_c}+\frac{1}{X_t}-\frac{1}{X_c}\right)+\sigma_{yy}\left(\frac{\sigma_{yy}}{Y_tY_c}+\frac{1}{Y_t}-\frac{1}{Y_c}\right)+\sigma_{zz}\left(\frac{\sigma_{zz}}{Z_tZ_c}+\frac{1}{Z_t}-\frac{1}{Z_c}\right)$$
$$-(1+f_{12})\frac{\sigma_{xx}\sigma_{yy}}{\sqrt{X_tX_cY_tY_c}}-(1+f_{23})\frac{\sigma_{yy}\sigma_{zz}}{\sqrt{Y_tY_cZ_tZ_c}}-(1+f_{13})\frac{\sigma_{xx}\sigma_{zz}}{\sqrt{X_tX_cZ_tZ_c}}$$
$$+\frac{\tau_{xy}^2}{\tau_{12}^2}+\frac{\tau_{yz}^2}{\tau_{23}^2}+\frac{\tau_{xz}^2}{\tau_{13}^2} \leq 1 \qquad \textbf{(8)}$$

NB. Le critère de TsaiWu calculé par ICAB correspond à la racine carrée de l'expression indiquée ci-dessus.
Pour un matériau isotrope transverse, le critère de Tsai-Wu est identique au critère de Hill si:
$X=X_t= X_c$; $Y=Y_t=Y_c=Z_t= Z_c$
$f_{12} = f_{13} = Y/X -1$; $f_{23} = 1- Y/X$

Le critère de Tsai-Wu est identique au critère de Von Mises si:
$X_t = X_c = Y_t = Y_c = Z_t = Z_c = s_0$
$t_{12} = t_{23} = t_{13} = t_0 = s_0/\sqrt{3}$
$f_{12} = f_{23} = f_{13} = 0$

# 3 Instabilités

## 3.1 Flambement généralisé

L'instabilité élastique (flambement) d'une structure se produit lorsqu'un léger accroissement du chargement entraîne des déformations importantes, provoquant l'effondrement. Le calcul du flambement se déroule en deux étapes:

a) la structure est sollicitée par un chargement qui produit une distribution de contraintes (s).
b) le chargement initial est multiplié par un facteur l.

Le flambement apparaît lorsque l'énergie de déformation élastique est équivalente au travail des contraintes initiales (s). Dans ce cas, un accroissement infime du chargement produit des déplacements infinis. La recherche des flambements se ramène au calcul des vecteurs propres {u} et valeurs propres l qui sont respectivement les modes de flambement et les coefficients d'amplification des charges:

$$[K]\{u\} + \lambda[K_D(\sigma)]\{u\} = 0$$

$$[K_D] = \int_{Vol} k_\omega(\sigma)\,dV$$

$$k_\omega(\sigma) = \begin{bmatrix} \sigma_{yy}+\sigma_{zz} & -\tau_{xy} & -\tau_{zx} \\ -\tau_{xy} & \sigma_{xx}+\sigma_{zz} & -\tau_{yz} \\ -\tau_{xz} & -\tau_{yz} & \sigma_{xx}+\sigma_{yy} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{(9)}$$

[K] est la matrice de rigidité élastique
$[K_D(s)]$ est la matrice de rigidité différentielle associée au champ de contraintes initiales (s) obtenue par intégration sur la structure des matrices élémentaires $k_w(s)$.

La ruine apparaît pour la plus petite valeur propre **l**, c'est-à-dire le **plus petit coefficient d'amplification du chargement initial**. Le mode propre associé correspond à la déformée de ce coefficient d'amplification. Notez bien que le mode de flambement obtenu dépend de l'ensemble des éléments de la structure, de ses conditions de blocage et de son chargement initial.

Cas d'une poutre comprimée articulée à ses extrémités
L'effort de compression axial N modifie le comportement de flexion de la poutre. Pour une traction axiale, les fréquences de vibration en flexion augmentent (cas des cordes d'instruments de musique). En revanche, les fréquences de vibration de la poutre en flexion diminuent au fur et à mesure que l'effort de compression axial augmente. La première fréquence propre devient nulle pour une charge critique:

$$N = \pi^2 \frac{EI}{l^2}$$

Le flambement peut être interprété comme une résonance qui se produit à fréquence nulle, autrement dit un mode de déformation qui apparaît pour une charge quasi-statique.

### 3.1.1 Longueurs de flambement

L'analyse du flambement généralisé doit porter sur l'ensemble de la structure pour la détermination des modes de flambement {u} et des coefficients d'amplification des charges l. Toutefois, sans ordinateur, ce calcul devient vite hors de portée même pour un assemblage de quelques poutres.
Pour pallier cette difficulté, les règles (CM66, CB71, Eurocodes...) définissent des critères de flambements locaux qui sont applicables poutre par poutre. Ces critères réduisent l'étude d'une poutre prise dans un assemblage à des poutres équivalentes de longueur $l_K$ dont les extrémités sont articulées (extrémités maintenues vis-à-vis du mouvement latéral, mais libres de tourner) pour l'étude du flambement ou bien à des poutres de longueur $l_D$ dont les extrémités sont maintenues latéralement (encastrées contre le mouvement latéral, encastrement contre la rotation suivant l'axe longitudinal, libre de tourner dans le plan) pour l'étude du déversement:

$l_{ky}$ longueur de flambement dans le plan (XoZ) entraînant un moment $M_{yy}$
$l_{kz}$ longueur de flambement dans le plan (XoY) entraînant un moment $M_{zz}$
$l_{Dy}$ longueur de déversement dans le plan (XoZ) concernant un moment $M_{yy}$
$l_{Dz}$ longueur de déversement dans le plan (XoY) concernant un moment $M_{zz}$

ICAB calcule les longueurs de flambement $l_{ky}$ et $l_{kz}$ en prenant en compte les blocages et les rigidités des éléments adjacents à la poutre en cours d'étude. Ce calcul n'est pas exact si les éléments adjacents sont eux-mêmes assemblés à d'autres éléments et non pas à des blocages; autrement dit, l'effet des rigidités des éléments adjacents est surestimé et par conséquent les longueurs de flambement $l_{ky}$, $l_{kz}$ en général sous-estimées. Afin de prendre en compte des longueurs de flambement plus longues, l'utilisateur peut imposer des longueurs minimales de flambement $L_{KM}$ et déversement $L_{DM}$ (propriétés LKY, LKZ, LDY, LDZ des poutres). Pour assurer la compatibilité des calculs pour les versions ICAB antérieures à la version 3, si LKY=0 alors LKY=LKZ et si LDY=0, alors LDY=LDZ; la réciproque n'est pas vraie.
Par ailleurs, les longueurs de flambement pris en compte pour les critères de ruine sont toujours au moins égales à la longueur de la poutre $L_{(N1,N2)}$. La longueur de déversement $l_{Dy}$ est égale à la plus longue des longueurs $L_{DY}$ et $L_{(N1,N2)}$.

## 3.2 Flambement par compression

Une poutre en compression devient brutalement instable bien avant que la limite d'élasticité ne soit atteinte, c'est à dire avoir $\sigma<\sigma_e$ et assister une grande déformation de la poutre entraînant sa ruine. Il s'agit du phénomène de flambement étudié par Euler. Des études plus complètes ont été conduites par Dutheil et ont été adoptées par les règles CM66 pour des chargements complexes combinant compression et flexion.
La longueur de flambement $l_{ky}$ est déterminée par ICAB Force comme la plus grande des longueurs $l_{ky}$, $L_{KY}$ indiquée par le paramètre LKY des propriétés physiques de la poutre et L(N1,N2) qui est la distance entre l'origine et l'extrémité de la poutre. Un calcul analogue est mené pour $l_{kz}$. Les paramètres LKY, LKZ ne sont utilisés que pour le calcul des critères de ruine; ils ne modifient en aucune manière le calcul des déplacements, des efforts résultants et des contraintes.

Les élancements l sont calculés comme ci-après:

$$\lambda_y = \frac{l_{ky}}{i_y},\ i_y = \sqrt{\frac{I_{yy}}{A}},\ l_{ky} = \max(LKY,\ \ L_{(N1,N2)}, L_{ky})$$
$$\lambda_z = \frac{l_{kz}}{i_z},\ i_z = \sqrt{\frac{I_{zz}}{A}},\ l_{kz} = \max(LKZ,\ \ L_{(N1,N2)}, L_{kz})$$
$$\lambda_v = \frac{l_{kv}}{i_v},\ i_v = \sqrt{\frac{I_{vv}}{A}},\ l_{kv} = \max(l_{ky}, L_{kz}) \tag{11}$$

## 3.2.1 Flambement par compression simple CM66

La vérification de la règle CM66 3,411 conduit à (coefficient ICAB Force "Flambement CM66"):

$$\mathbf{k\ \sigma_{Nx}/\sigma_e < 1}$$

avec:

$$k = (0.5 + 0.65\frac{\sigma_e}{\sigma_k}) + \sqrt{\left(0.5 + 0.65\frac{\sigma_e}{\sigma_k}\right)^2 - \frac{\sigma_e}{\sigma_k}}$$

$$\sigma_k = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2},\ \lambda = \max(\lambda_y,\ \lambda_z) \qquad \textbf{(12)}$$

$$\left(I_{yz} \neq 0 \ \Rightarrow\ \lambda = \lambda_v\right)$$

## 3.2.2 Flambement par compression simple CB71

La vérification de la règle CB71 4,932 conduit à vérifier:

$$\frac{K_{CB}71\sigma_{Nx}}{\sigma_{XC}} < 1$$

$$\frac{1}{K_{CB}}71 = 1 - 0.8\left(\frac{\lambda_m}{100}\right)^2,\ \lambda_m\_75$$

$$\frac{1}{K_{CB}}71 = 0.55\left(\frac{75}{\lambda_m}\right)^2,\ \lambda_m > 75$$

$$\lambda_m = \max(\lambda_y,\ \lambda_z) \qquad \textbf{(13)}$$

Cette vérification est similaire à la règle CM66 pour la compression simple avec un coefficient d'amplification $K_{CB71}$, la contrainte admissible en compression $\sigma_{X-}$. Le coefficient $\lambda$ est l'élancement, la contrainte admissible en compression est $\sigma_{XC}$.

## 3.2.3 Compression et flexion dans le plan de flambement CM66 (**F_cm66**)

Pour une poutre soumise à une compression et une flexion entraînant une rotation autour de l'axe y, les règles CM66 (3,521) précisent que pour les poutres à âme pleine, la condition de non-flambement est:

$$\frac{k_1\sigma_{Nx} + k_{fy}\sigma_{fy} + k_{fz}\sigma_{fz}}{\sigma_e} \leq 1 \qquad \textbf{(14)}$$

Le coefficient $k_1$ correspond au coefficient de flambement pour vérification exceptionnelle (règle CM66 3,412).

$$k_1 = \frac{\mu_1 - 1}{\mu_1 - 1.3},\ \mu_1 = \frac{\sigma_k}{\sigma_{Nx}}$$
$$\sigma_k = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2},\ \lambda = \max(\lambda_y,\ \lambda_z) \qquad \textbf{(15)}$$
$$\left(I_{yz} \neq 0 \Rightarrow \lambda = \lambda_v\right)$$

Le coefficient $k_{fy}$ d'amplification des contraintes de flexion est pris pour le cas le plus défavorable qui correspond à un moment constant ou variant linéairement (règle CM66 3,513):

$$k_{fy} = \frac{\mu_y + 0.25}{\mu_y - 1.3},\ \mu_y = \frac{\sigma_{ky}}{\sigma_{Nx}}$$
$$\sigma_{ky} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_y^2},\ \lambda_y = \frac{l_{ky}}{\sqrt{\frac{I_{yy}}{A}}} \qquad \textbf{(16)}$$

Des relations analogues sont établies pour une compression et un moment de flexion $M_z$.

## 3.2.4 Compression et flexion CB71

Pour une poutre soumise à une compression et une flexion entraînant une rotation autour de l'axe y, les règles CB71 (4,953) précisent que la condition de non-flambement est:

$$\sigma_{Nx} < 0 \Rightarrow \frac{K_{CB}71\,|\sigma_{Nx}|}{\sigma_{XC}} + \frac{\sigma_{fy} + \sigma_{fz}}{\sigma_{XF}} \leq 1$$
$$\sigma_{Nx} \geq 0 \Rightarrow \frac{\sigma_{Nx}}{\sigma_{XT}} + \frac{\sigma_{fy} + \sigma_{fz}}{\sigma_{XF}} \leq 1 \qquad \textbf{(17)}$$

selon que la poutre est comprimée ou tendue.

## 3.3 Déversement et flambement

Le déversement des pièces fléchies est un phénomène d'instabilité élastique qui présente des analogies avec le flambement. Le déversement se produit lorsqu'une poutre fléchie présente une faible inertie à la flexion transversale et à la torsion. La partie supérieure de la poutre, comprimée, flambe latéralement et il existe une valeur critique du moment de flexion (selon le plan de plus grande raideur), comme il existe un effort normal critique provoquant le flambement pour une barre comprimée, pour lequel la poutre fléchit dans le plan de sa plus faible raideur et entre en torsion.
Le critère calculé par ICAB Force utilise une formule enveloppe qui permet de combiner les effet d'une compression et d'une flexion déviée.

### 3.3.1 Déversement réglementaire CM66

Les règles CM66 (3,611) précisent que pour les poutres à âme pleine, la condition de non-déversement est:

$$k_{dy}\,\sigma_{fy}/\sigma_e \leq 1$$

La contrainte $\sigma_{fy}$ est provoquée par une flexion autour de l'axe (y) correspondant à la plus grande inertie ($I_{yy} > I_{zz}$). Le coefficient $k_d$ est défini comme suit:

$$k_{dy} = 1, \quad \sigma_{dy} \geq \sigma_e$$

$$k_{dy} = \frac{k_0}{1 + \frac{\sigma_{dy}}{\sigma_e}(k_0 - 1)}, \quad \sigma_{dy} < \sigma_e$$

$$\sigma_{dy} = \frac{\pi^2 E}{5.2} \frac{I_{zz}}{I_{yy}} \frac{h_z^2}{l_{Dy}^2}(D-1)BC \tag{18}$$

$$k_0 = \left(0.5 + 0.65\frac{\sigma_e}{\sigma_{k0}}\right) + \sqrt{\left(0.5 + 0.65\frac{\sigma_e}{\sigma_{k0}}\right)^2 - \frac{\sigma_e}{\sigma_{k0}}}$$

$$\sigma_{k0} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_0^2}, \quad \lambda_0 = \frac{l_{Dy}}{h_z}\sqrt{\frac{4}{BC}\frac{I_{yy}}{I_{zz}}\left(1 - \frac{\sigma_{Dy}}{\sigma_e}\right)}$$

Les coefficients B, C, D sont utilisés pour tenir compte du niveau d'application des charges, de la répartition longitudinale des charges et des dimensions de la pièce.

$$D = \sqrt{1 + \frac{4}{\pi^2}\frac{GJ}{E\,I_{zz}}\frac{l_k^2}{h_z^2}}$$

$$C = \sqrt{\frac{3}{1 + \frac{M_e}{M_w} + \left(\frac{M_e}{M_w}\right)^2 - 0.152\left(1 - \frac{M_e}{M_w}\right)^2}}$$

$$B = \sqrt{1 + \left(\frac{z_a}{h_z}\frac{8\beta C}{\pi^2 D}\right)^2} - \frac{z_a}{h_z}\frac{8\beta C}{\pi^2 D} \tag{19}$$

Le calcul de C n'est rigoureux que pour des poutre soumises à deux moments au droit des appuis avec des semelles libres de tourner par rapport à l'axe (z); $M_w$ et $M_e$ sont ces deux moments, $M_w$ étant le plus élevé. Le coefficient B retenu est la plus petite des valeurs de B calculées pour $z_a$=0, h/2. Le coefficient β=3 correspond à une charge uniformément répartie sur une poutre libre de tourner aux extrémités autour des axes (z) (cf règle CM66 3,643).

*Niveau d'application des charges Za*

Le paramètre Za des propriétés de poutre permet d'indiquer la position des pannes sur un arbalétrier. Si le paramètre Za est nul, le coefficient B est calculé de la manière la plus défavorable et pour les moments positifs et négatifs.
En revanche, lorsque le paramètre Za est non nul, le coefficient B est calculé en fonction de Za. Pour indiquer que les charges sont appliquées sur la fibre neutre, il suffit d'indiquer une valeur Za non nulle mais infime.
Par ailleurs, lorsque Za atteint la moitié de la hauteur de l'âme Za=h/2, la vérification du déversement soumise à un moment Myy n'est vérifiée que pour les moments Myy positifs, c'est-à-dire pour les soulèvements (Si Za = -h/2, le déversement est négligé pour Myy négatif).

## 3.3.2 Formule enveloppe réglementaire CM66 (**D_cm66**)

Lorsqu'une poutre est soumise simultanément à une compression et une flexion déviée, la formule enveloppe de la règles CM66 (3,731) à vérifier est (coefficient ICAB Force "Déversement CM66"):

$$\frac{\sigma_{Nx} k + \sigma_{fy} k_{fy} k_{dy} + \sigma_{fz} k_{fz} k_{dz}}{\sigma_e} \leq 1 \qquad \textbf{(20)}$$

La contrainte $\sigma_{Nx}$ n'est prise en compte que si la poutre est en compression.

## 3.4 Voilement (**V_cm66**)

Le voilement d'une plaque rectangulaire apparaît lorsque cette plaque est soumise à une compression uniforme sur deux côtés opposés, parallèlement à son plan moyen; la plaque se déforme transversalement. Le phénomène de voilement se manifeste par des ondulations, qui ne sont pas sans rappeler le phénomène de flambement pour des pièces à une dimension, à la différence près que le voilement se développe plus progressivement, les grandes déformations n'apparaissant pas brutalement et ne conduisant généralement pas à la ruine de la pièce. Un effort de cisaillement peut aussi provoquer le voilement.

Pour des poutres composées à âmes pleines (CM66 5,212), la vérification de sécurité se traduit par (coefficient ICAB Force "Voile CM66"):

$$\frac{\left(\frac{\sigma}{7}\right)^2 + \tau^2}{0.015\left(\frac{E}{21000}\right)^2\left(\frac{1000\ e_a}{h_z}\right)^4} \leq 1 \qquad \textbf{(21)}$$

$e_a$ est l'épaisseur de l'âme. Le rapport E/21000 sert uniquement à convertir les contraintes dans les unités choisies par l'utilisateur à partir de daN/mm$^2$. Cette formule n'est donc valable que pour les poutrelles en acier E=21000 daN/mm$^2$ = 2.1x10$^{11}$ Pa.